

Kalkulus tizennegyedik és tizenötödik feladatsor

Differenciálszámítás, Érintő egyenlete, Függvényvizsgálat

1. Adjuk meg a következő függvényeknek az $(x_0, f(x_0))$ ponton áthaladó érintőjét!

a) $f(x) = x^2 - 5x + 10$, $x_0 = 0$, $x_0 = 4$

b) $f(x) = \sqrt[3]{3 - 2x}$, $x_0 = 2$

c) $f(x) = \sin(2x)$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$

d) $f(x) = \sin(2x)$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$

e) $f(x) = \arctan x$, $x_0 = 0$

2. Legyenek a és b tetszőleges valós paraméterek,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3x-1}, & \text{ha } x \geq 1 \\ ax + b, & \text{ha } x < 1 \end{cases}$$

Megválasztható-e a és b értéke úgy, hogy f folytonos legyen? És úgy, hogy deriválható is? *Kónya 4.2*

3. Hol van értelmezve a

$$f(x) = \frac{e^x}{x+1}$$

függvény? Vannak-e zérushelyei? Adja meg azon legbővebb nyílt intervallumokat, amelyeken a fenti függvény monoton nő, illetve csökken! Van-e szélsőértékhelye és értéke? Ha igen, adja meg!

4. Hol van értelmezve az

$$f(x) = \frac{x^2}{x-5}$$

függvény és mi a zérushelye? Adja meg azon legbővebb nyílt intervallumokat, amelyeken az f függvény konvex, illetve konkáv! Van-e f -nek inflexiós pontja?

5. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az alábbi függvényeken! *Kónya 4.6*

a) $f(x) = x^4 - 4x^3$

b) $g(x) = \frac{x^3+1}{x^2}$

c) $h(x) = x^3 + \frac{48}{x^2}$

d) $j(x) = \ln(x^2 + 2x + 2)$

e) $k(x) = xe^{-3x}$

f) $l(x) = xe^{-x^2}$